SimSEE

Optimización de la operación

Ximena Caporale

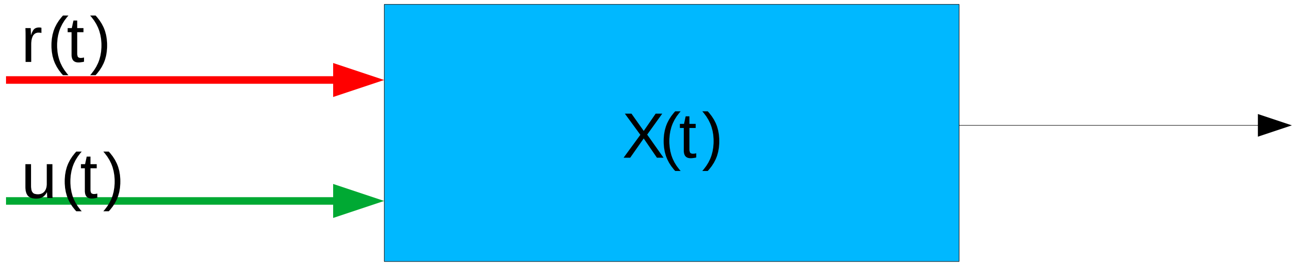
Instituto de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería
Universidad de la República Oriental del Uruguay

Estado de un Sistema Dinámico

- X = Vector de información que capta todo lo relevante del pasado para calcular el futuro si se conocen las entradas de aquí en mas.

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Entradas de Control y Entradas No Controlables

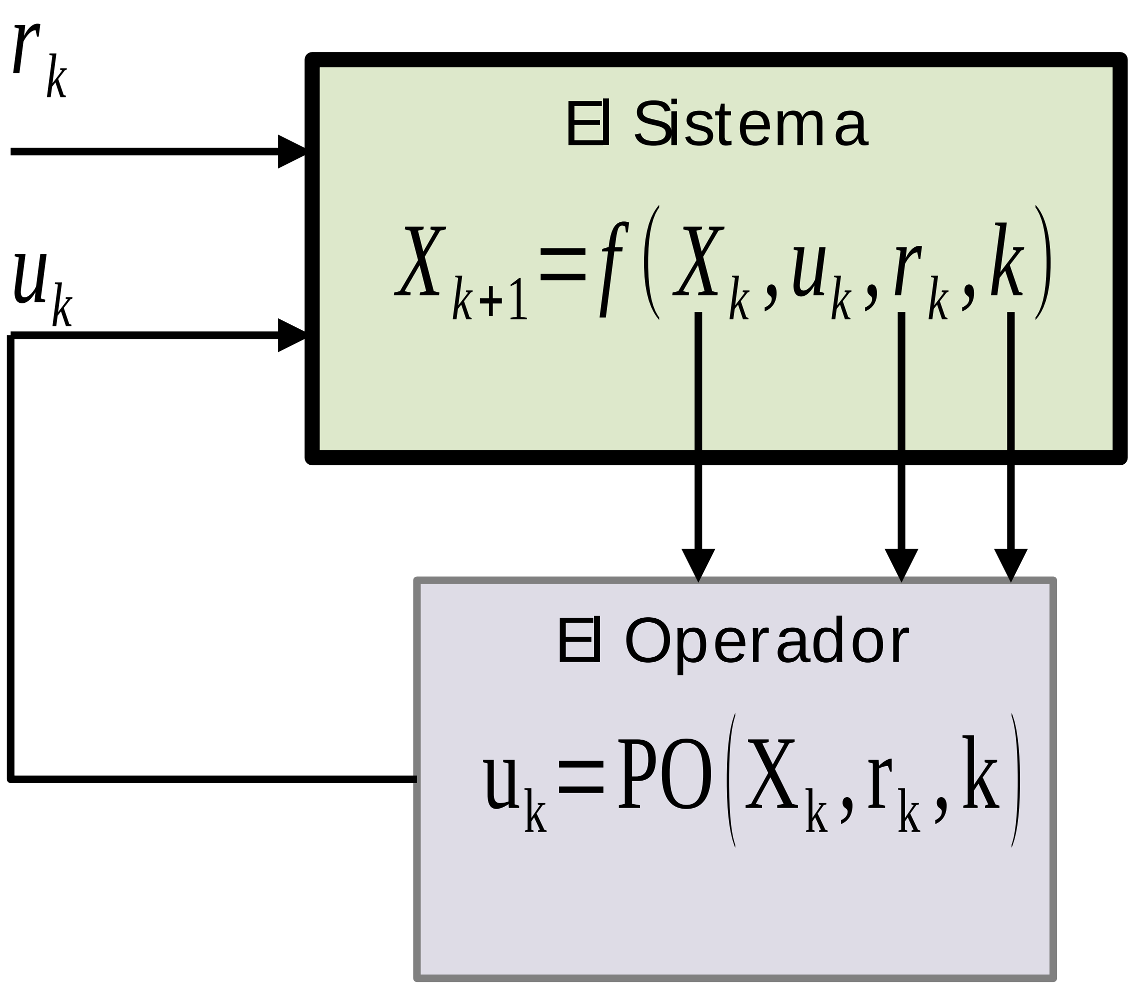


- r(t) : Entradas que no podemos controlar. Por ej.: Lluvias. Determinísticas y/o Aleatorias.

  SIN ESTADO. Si son procesos aleatorios con memoria, debemos identificarlos y representar su estado como parte del Estado del Sistema.

- u(t) : Entradas sobre las que podemos actuar para guiar el sistema por donde nos convenga (entradas de control). Por ej.: Potencia despachada en cada generador.

El Operador y su Política de Operación



SimSEE

Valor de un recursos almacenable

Comparación entre costo del presente y costo del futuro.

De no haber restricciones para el traslado en el tiempo, el costo marginal sería el mismo en todas las horas del futuro.

INCERTIDUMBRE DEL FUTURO.

MODELOS ESTOCASTICOS

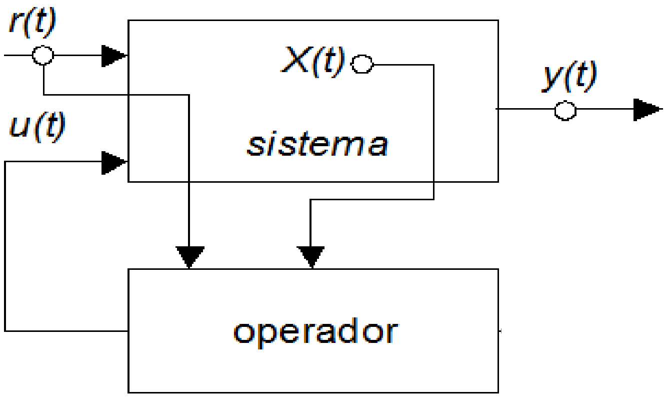
PRONOSTICOS

Costo Futuro

$$CF = \int_{t=ahora}^{\infty} \left(\sum_{centrales} cc(t) + \sum_{deficit} cd(t) + \sum_{importaciones} ci(t) - \sum_{exp\,ortaciones} ie(t) \right) dt$$

El Costo Futuro (CF) es la integral en el tiempo desde ahora hasta el infinito del costo de combustible en las centrales más el costo de no suministro de la demanda en cada situación en que se produzca un déficit más el costo de la energía que se necesite importar y menos los ingresos que se obtenga por la exportación de energía hacia otros sistemas.

Sistema Dinámico, Operador y Política de Operación.



$$ce_k = ce(x_k, u_k, r_k, k)$$

Costo de etapa

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, r_k, k)$$

Restricción dinámica

$$u_k = p(x_k, r_k, k)$$

Política de operación

·*Estado y Poste Horario*

- Los Postes son un desorden del tiempo.
- Carece de sentido hablar de estado por POSTE HORARIO.
- El Estado será siempre por Paso de Tiempo y nunca por Poste.

Entradas

$$U_k = \{u_k, u_{k+1}, \ldots\ldots\}$$
$$R_k = \{r_k, r_{k+1}, \ldots\ldots\}$$

Una realización de las entradas.

Costo Futuro y Costo de Etapa

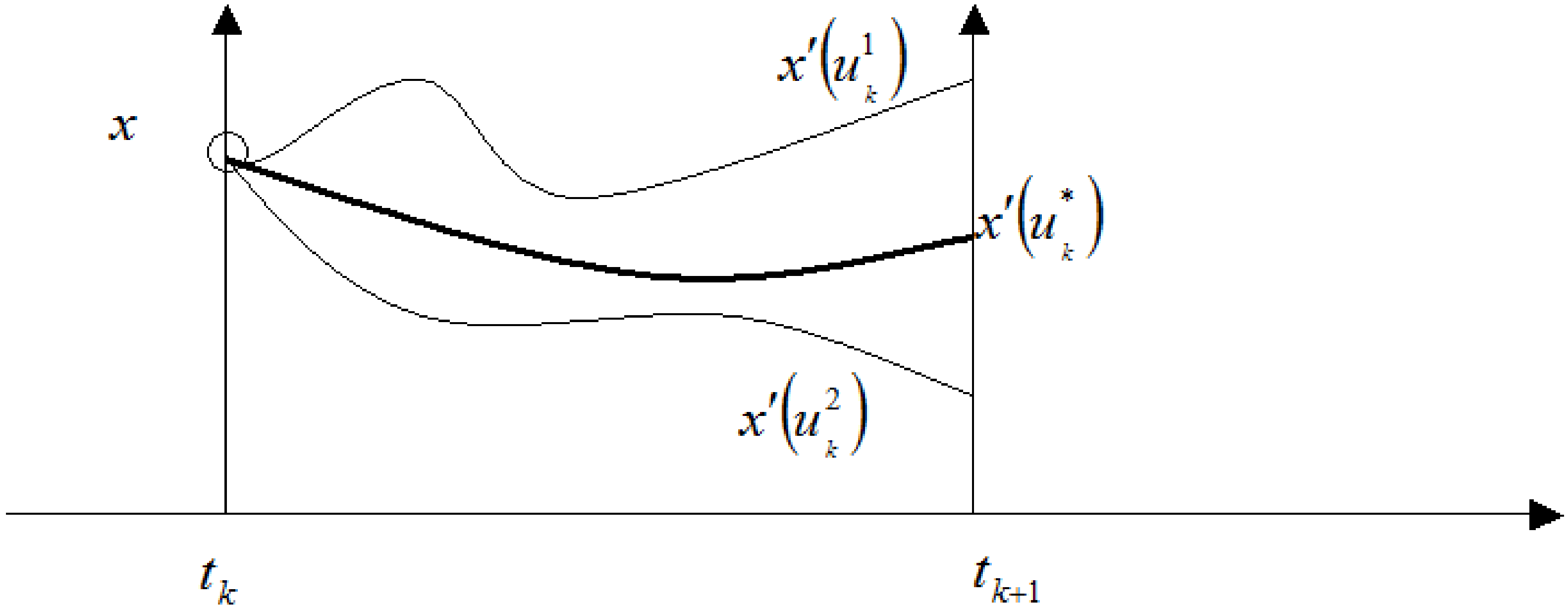
$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = \sum_{j=k}^{\infty} ce(x_j, u_j, r_j, j)$$

Recursión de Bellman

$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = ce(x_k, u_k, r_k, k) + \sum_{j=k+1}^{\infty} ce(x_j, u_j, r_j, j)$$

$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = ce(x_k, u_k, r_k, k) + CF(x_{k+1}, U_{k+1}, R_{k+1}, k+1)$$

·*Costo Futuro y Costo de Etapa*



·Tasa de descuento

$$q = \left(\frac{1}{1+\alpha} \right)^{DurPaso/DurAño}$$

$$\alpha = Tasas\ de\ descuento\ anual.$$

$$por\ ejemplo\ \alpha = 0.12\ ;\ (12\%)$$

Si suponemos que el costo máximo de una etapa está acotado el costo al valor M, el costo futuro converge y está acotado por M/(1-q). (por convergencia de la serie geométrica con 0<q<1).

Costo Futuro y Costo de Etapa

$$CF\left(x_k, U_k, R_k, k\right) = \sum_{j=k}^{\infty} q^{j-k} \cdot ce\left(x_j, u_j, r_j, j\right)$$

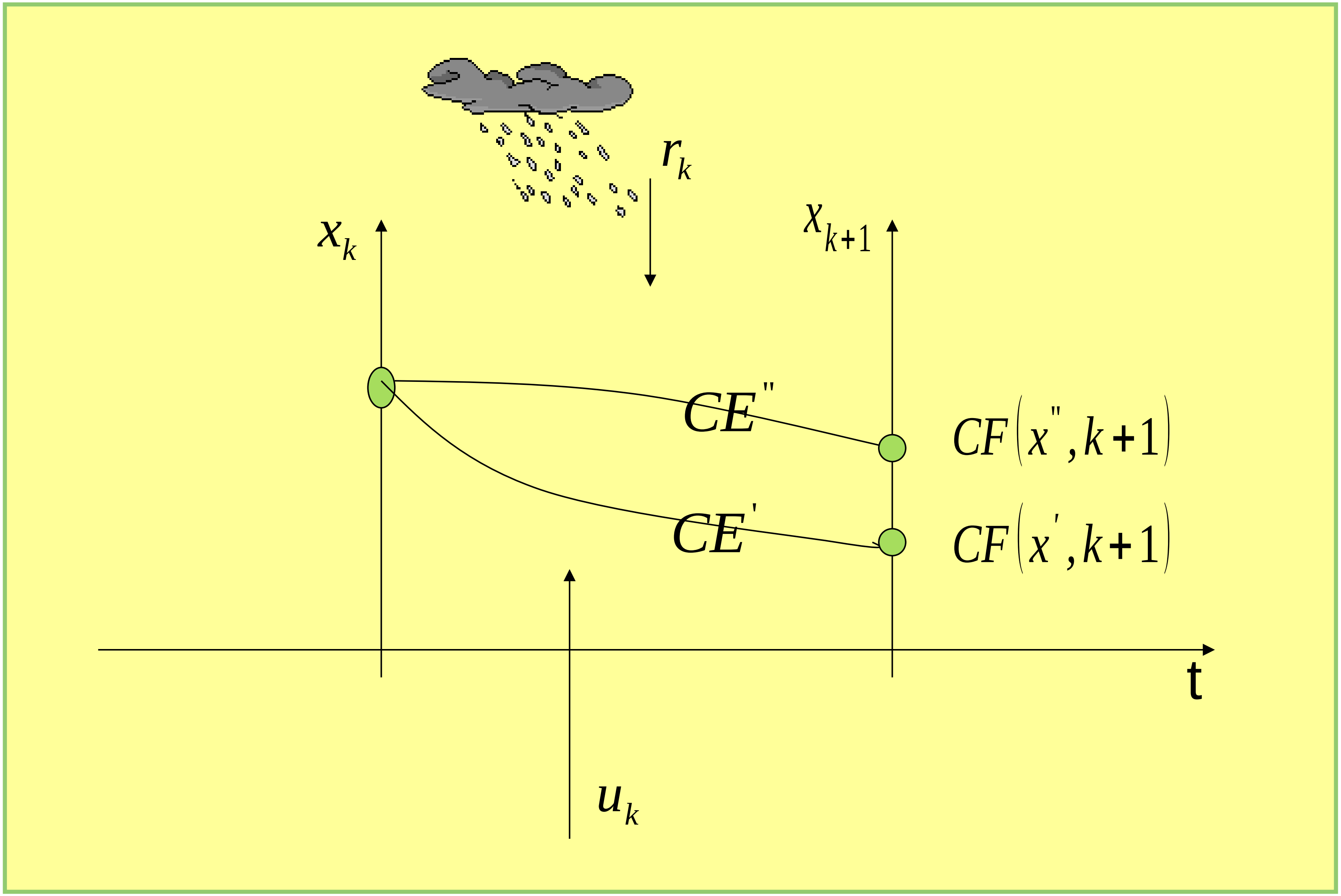
Recursión de Bellman

$$CF\left(x_k, U_k, R_k, k\right) = ce\left(x_k, u_k, r_k, k\right) + \sum_{j=k+1}^{\infty} q^{j-k} \cdot ce\left(x_j, u_j, r_j, j\right)$$

· ***Causalidad***

Las decisiones del PRESENTE pueden afectar el FUTURO y No a la inversa???

·*Programación Dinámica Estocástica.*



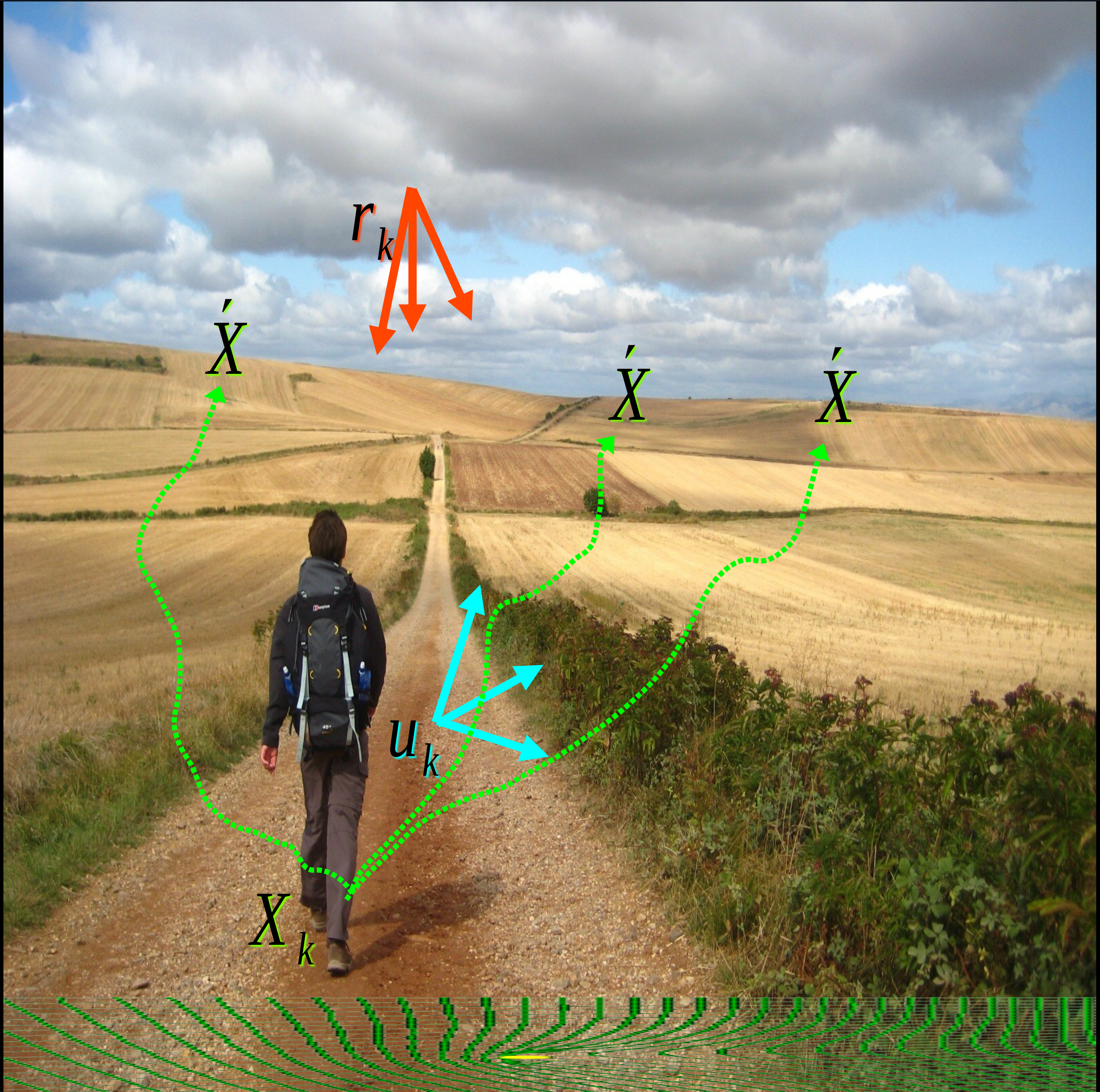
Minimizar el Costo Futuro

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ CE(x, u_k, r_k, k) + q \cdot CF(x', k+1) \right\} \right\rangle_{r_k}$$

$$x' = f(x, u_k, r_k, k)$$

$$U_k = \{u_k, u_{k+1}, \ldots\ldots\} = \{u_k, U_{k+1}\}$$

$$R_k = \{r_k, r_{k+1}, \ldots\ldots\} = \{r_k, R_{k+1}\}$$



r_k
$\acute{X}$
$\acute{X}$
$\acute{X}$
u_k
X_k

SimSEE


Richard Ernest Bellman (1920–1984)

- *Dynamic Programming 1957*

Bellman recursion

$$CF(X,k)=\left\langle \min_{u_k}\left\{ ce(X,u_k,r_k,k)+q\,CF(X_{k+1},k+1)\right\}\right\rangle_{\{r_k,r_k+1,\ldots\}}$$

Bellman's Curse of Dimensionality

Maldición de Bellman

Explosión combinatoria de los casos a resolver para lograr construir para cada paso de tiempo la representación de CF(X ,k)

- Dimensión del espacio de estados Nx y su discretización Ndx
- Dimensión del espacio del vector de entradas no controladas Nr y su discretización Ndr
- Cantidad de pasos de tiempo a resolver Nk .

$$\boldsymbol{Ndx^{Nx}} \times \boldsymbol{Ndr^{Nr}} \times \boldsymbol{Nk}$$

Resolución Iterativa

para todo x hacer:

$$CF(x,k_{ultima+1})=0$$

--

para k desde k_{ultima} retrocediendo hasta 1 hacer:

para todo x hacer:

$$CF(x,k)=\left\langle \min_{u_k}\left\{CE\left(x,u_k,r_k,k\right)+q\cdot CF\left(x',k+1\right)\right\}\right\rangle_{r_k}$$

con $x'=f\left(x,u_k,r_k,k\right)$

y sujeto a $g\left(x,u,r,k\right)\leq 0$

--

--

·*Evolución del Estado*

$$\boxed{x_{k+1} = f\left(x_k, u_k, r_k, k\right)}$$

Esta ecuación captura "la dinámica del sistema".

NO-LINEAL y VARIANTE EN (t)

SimSEE

Linealización del Problema

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k}\left(CE\left(x,u_k,r_{k,}k\right) + q \cdot CF\left(x',k+1\right)\right) \right\rangle_{r_k}$$

$$x' = f\left(x,u_k,r_k\right) = x + \delta x$$

$$CF\left(x',k+1\right) = CF\left(x,k+1\right) + \frac{\partial}{\partial x} CF\left(x,k+1\right)^T \cdot \delta x + o^2$$

SimSEE

Linealización del Problema

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ CE(x,u_k,r_k,k) + q \cdot \left[CF(x,k+1) + \frac{\partial}{\partial x} CF(x,k+1)^T \delta x \right] \right\} \right\rangle_{r_k}$$

$$\delta x = x' - x = f(x,u_k,r_k,k) - x = Ax + B_u u_k + B_r r_k + C$$

$$\mathrm{CF}(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ \mathrm{CE}(x,u_k,r_k,k) + q \cdot \left[\mathrm{CF}(x,k+1) + \frac{\partial}{\partial x} \mathrm{CF}(x,k+1)^T Ax + B_u u_k + B_r r_k + C \right] \right\} \right\rangle_{r_k}$$

Linealización del Problema

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ \begin{array}{l} CE(x, u_k, r_k, k) \\ + q\, \dfrac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}^T B_u u_k \\ + q\, \dfrac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}^T B_r r_k \\ + q \cdot \left[CF(x,k+1) + \dfrac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}^T (Ax + C) \right] \end{array} \right\} \right\rangle_{r_k}$$

Costos directos de la etapa.
Por uso de los u y
ocasionados por los r

Costos indirectos del futuro
por el uso de los u y
ocasionados por los r
en esta etapa

Valor del STOCK

Si pensamos que cada componente del estado ***x*** representa un stock de un recurso (por ejemplo agua embalsada), las derivadas de CF respecto de cada variable pueden interpretarse como menos el valor que le asignamos a una unidad de stock de esa variable. Generalmente aumentar el stock de un recurso disminuirá el CF por lo que estas derivadas son negativas.

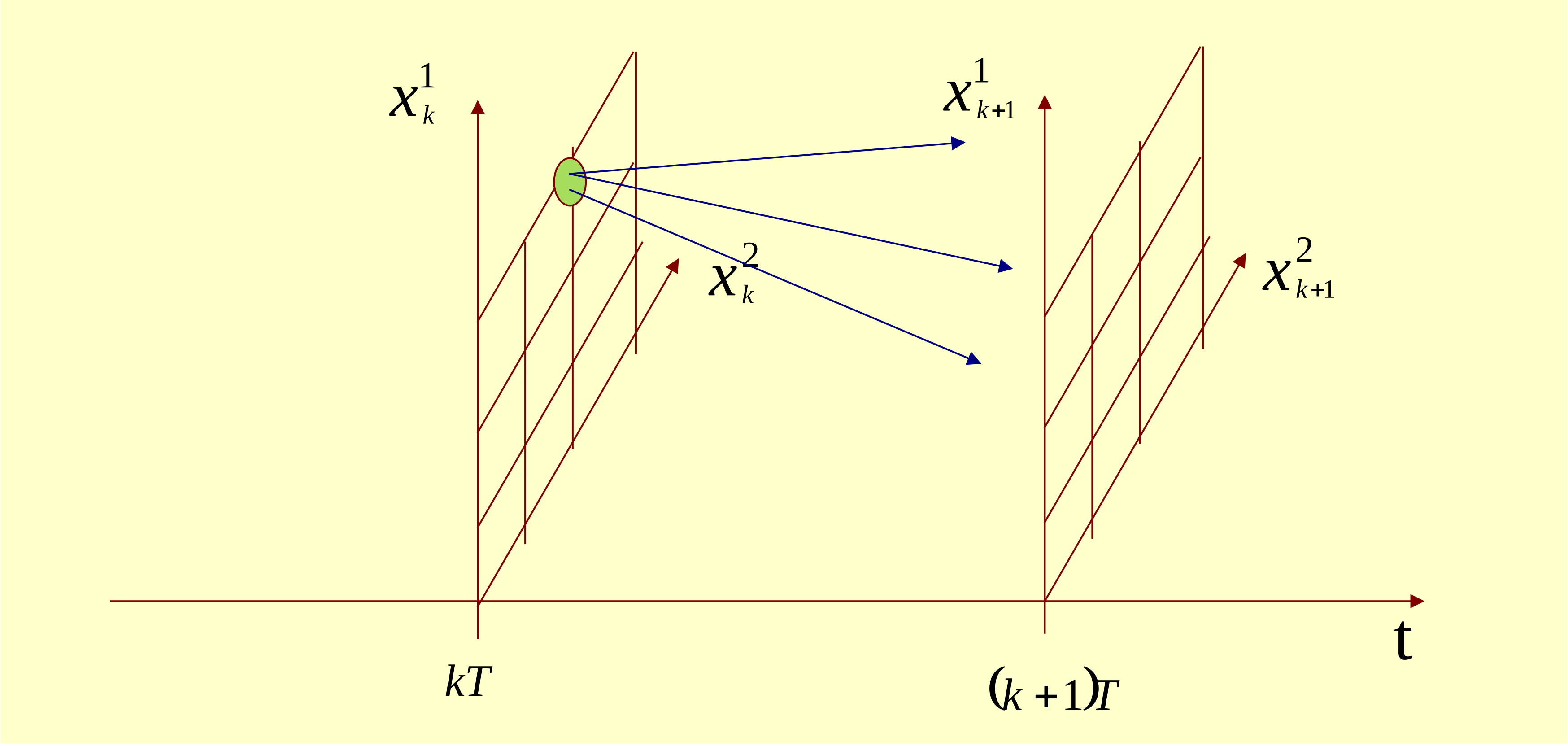
$$valor\ de\ x = -\frac{\partial CF(x, k+1)}{\partial x}$$

Tratamiento de lo ALEATORIO

Lluvias, Viento, Sol, Precios, Demanda
Disponibilidades

- Valores esperados.
- Monte Carlo.
- Producto cartesiano de ocurrencias ponderadas.

Valor Esperado, Montecarlo, Producto cartesiano de probs.

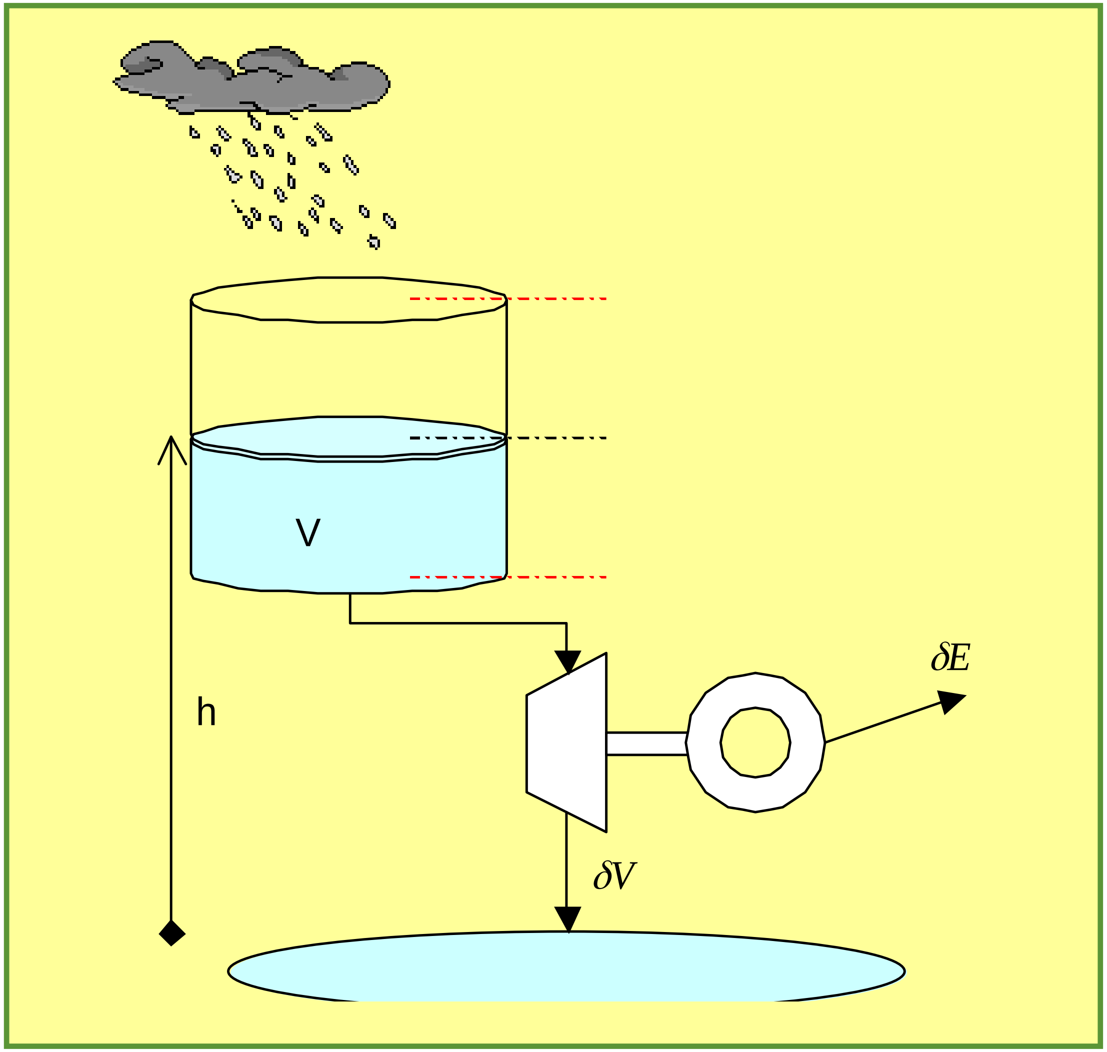


Técnicas alternativas

- Parametrización de la función CF(x,k)
- Factorización CF(x,k)=CF(x1,k)*CF(x2,k)..
- Aprox de CF(x,k) por cortes de Benders usando Dualidad.

SimSEE

Central con embalse

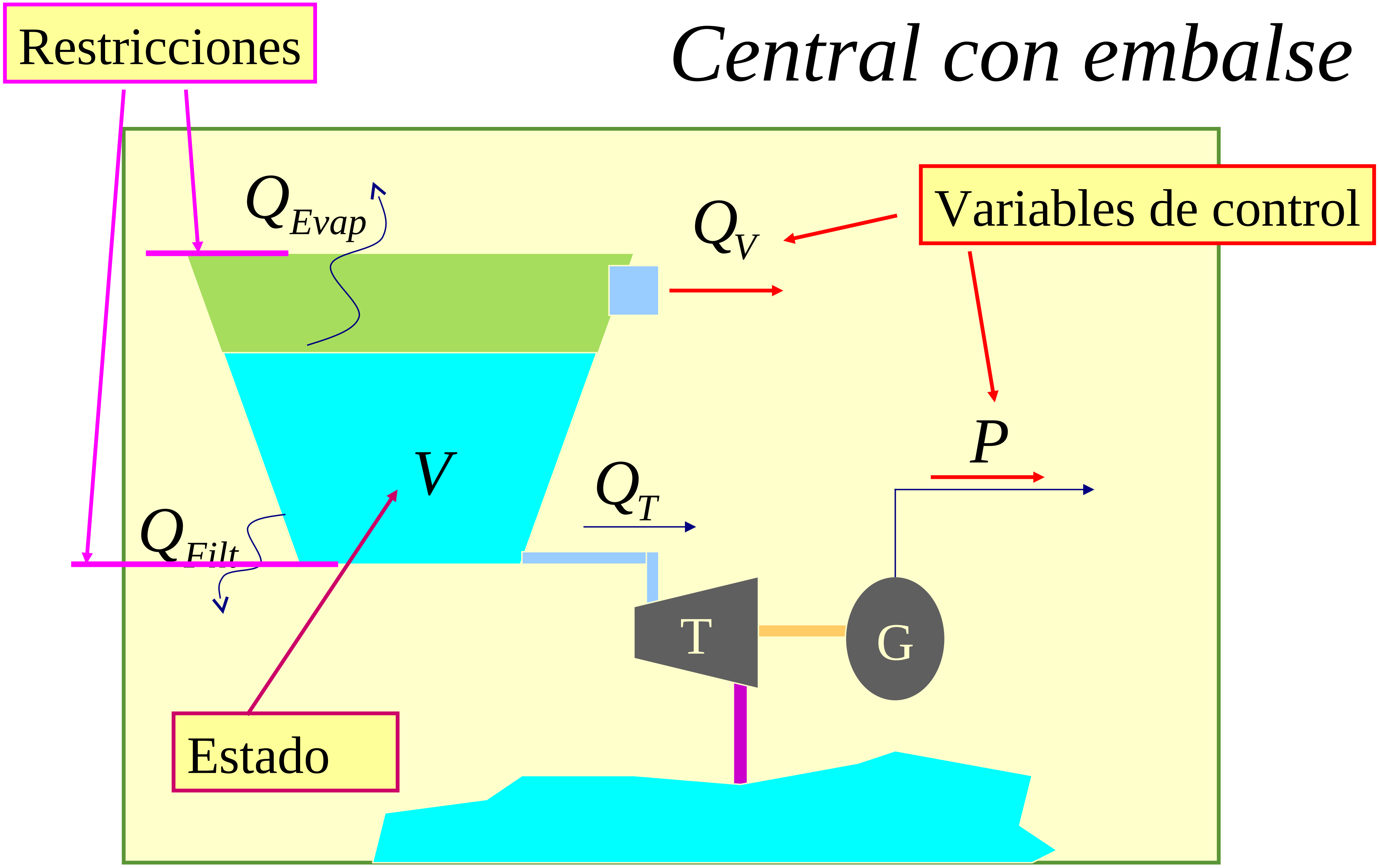


$$\delta E = \eta\, h g\, \rho \cdot \delta V$$

$$P = \eta\, h g\, \rho \cdot Q$$

$$ce\left(h\right) = \eta\, h g\, \rho$$
$$P = ce\left(h\right) \cdot Q$$

Central con embalse



Central con embalse

$$V_{k+1} = V_k + \left(Q_A - Q_T - Q_V - Q_{Evap} - Q_{Filt}\right)\Delta T$$

$$0 \leq V_{k+1} \leq V_{máx}$$

$$Q_T = P \big/ ce(h)$$

$$Costo = \ldots + cva \cdot \left(Q_A - Q_T - Q_V - Q_{Evap} - Q_{Filt}\right)\Delta T + \ldots$$

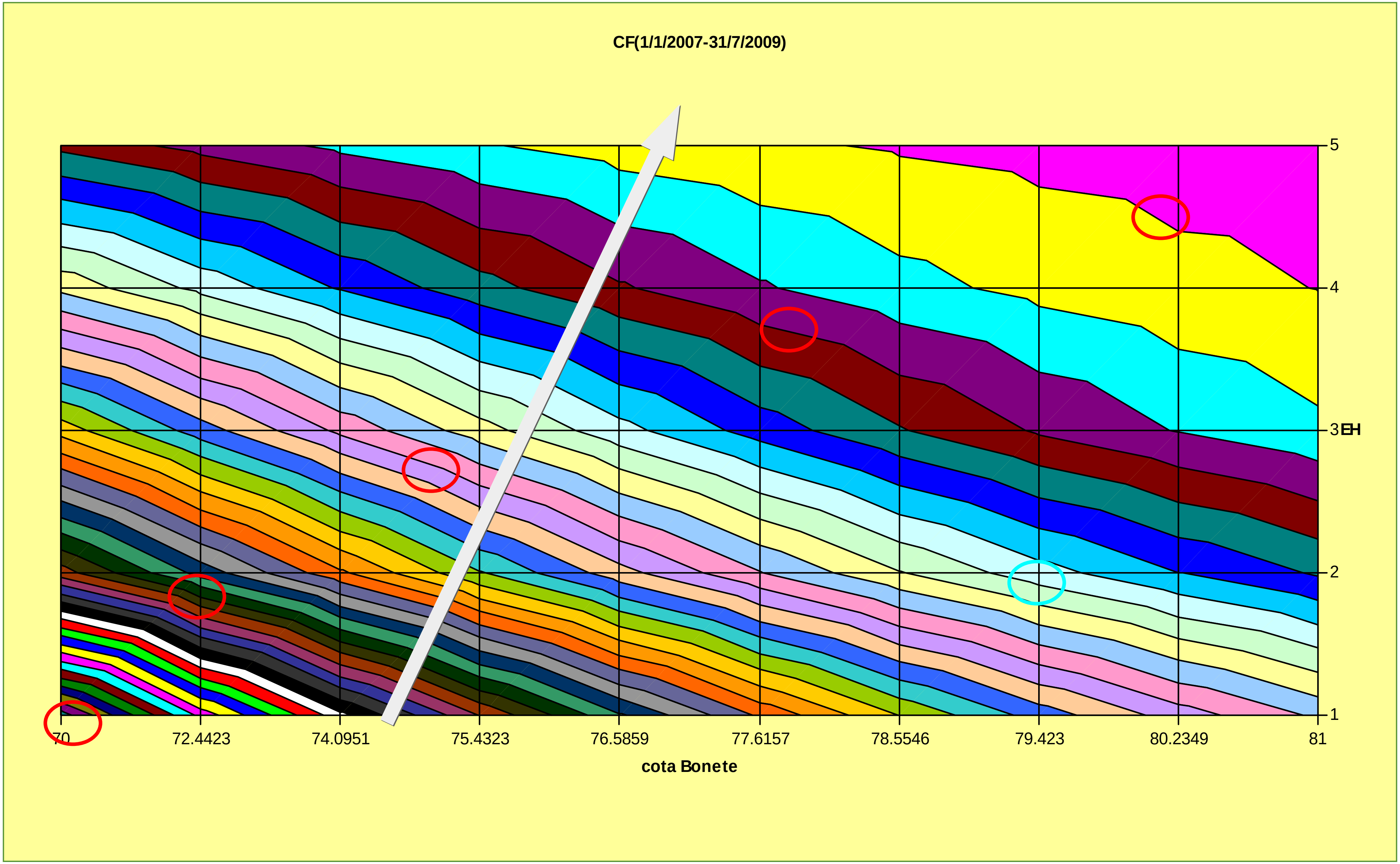
$$cva = -q \cdot \frac{\partial CF(x_k, k+1)}{\partial V}$$

$$x_k^T = \left[x_{1,k}, x_{2,k}, \ldots., V_k, \ldots\ldots\right]$$

Central con embalse

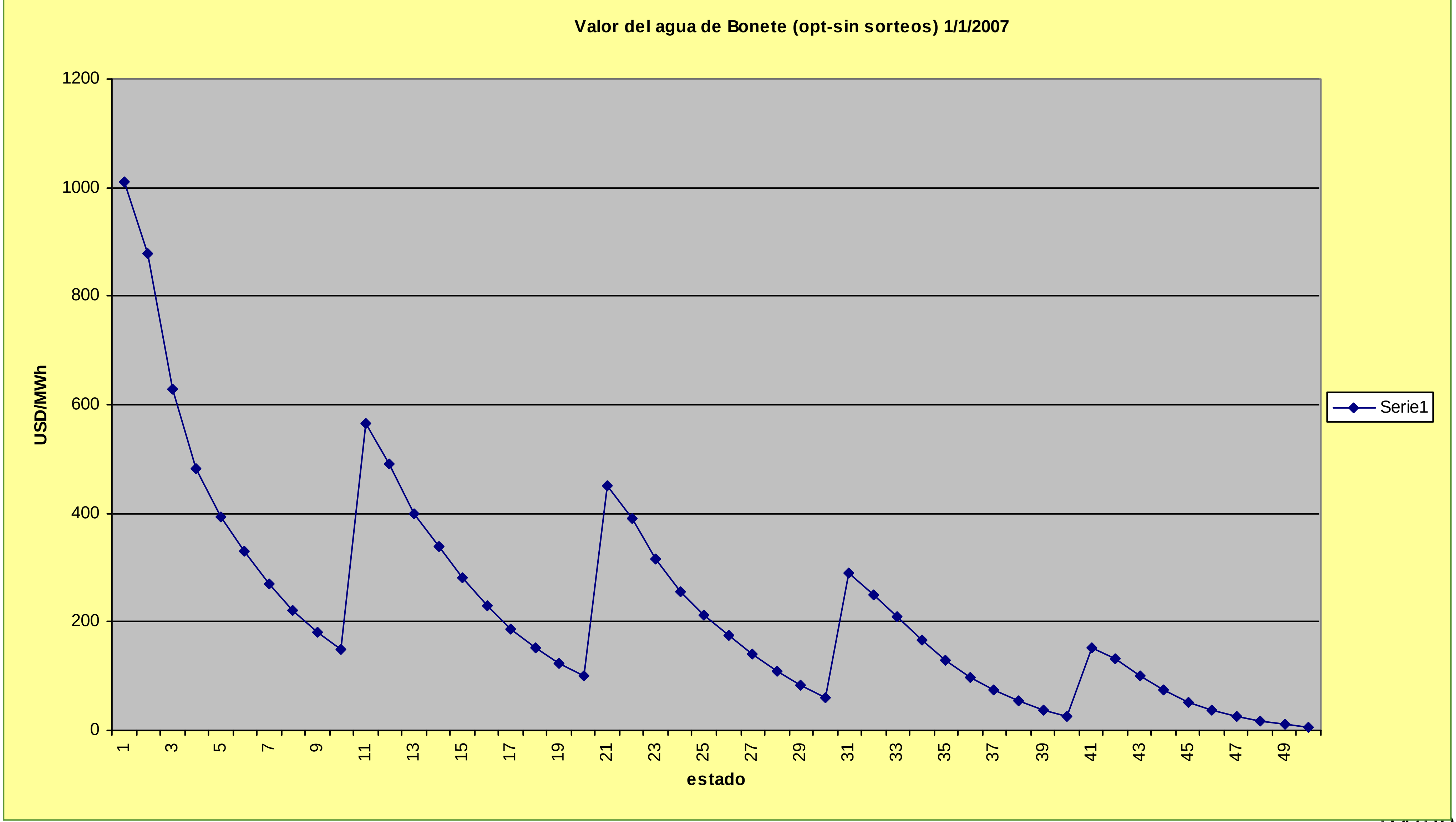
- Curva cota-volumen.
- Curva de vertimiento admisible.
- Restricción de mínimo caudal erogado.

Ejemplo CF(Bonete, EH)

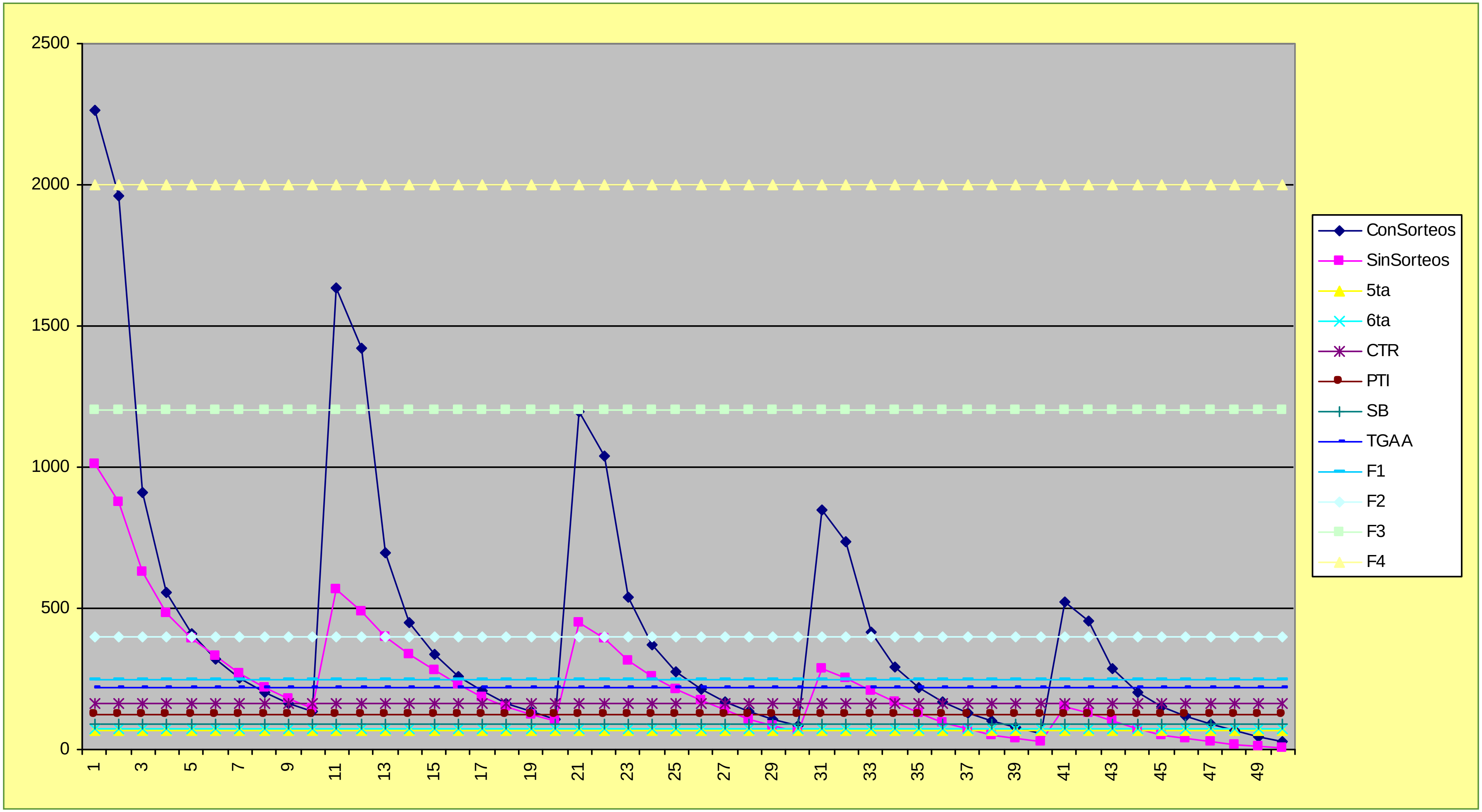


Ejemplo Valor del Agua (Bonete, EH)

$$valor\ del\ agua\left[\frac{USD}{m3}\right] = -\frac{\partial CF(x, k+1)}{\partial x}$$



Optimización Con-Sorteos vs. Sin-Sorteos. Valor del Agua de Bonete vs. máquinas del Sistema.

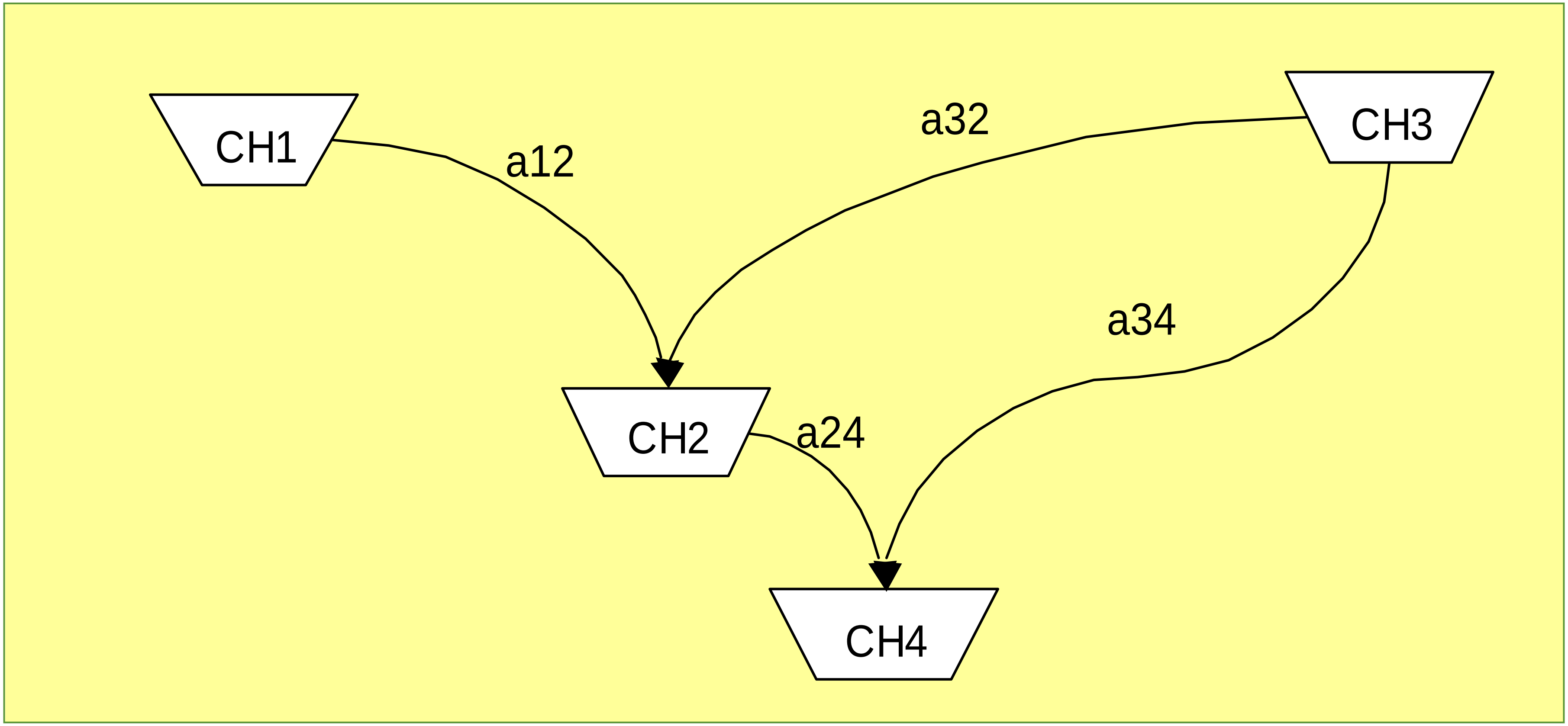


Pérdida de salto efectivo por caudal erogado

Aproximación en SimSEE:

dh(QE) = caQE* QE + cbQE* QE^2

Encadenamiento de centrales hidroeléctricas.



Control del vertimiento y erogado en SimSEE.

SimSEE permite:

- Fijar el vertimiento máximo en función del volumen almacenado.
- Especificar restricciones de caudal erogado mínimo.
- Especificar restricciones de caudal vertido mínimo.

Erogado mínimo

- Puede ser necesario para garantizar un nivel mínimo aguas abajo. Navegabilidad – Toma de aguas.
- Por control de crecidas – Protección de la presa.
- Para mantener condiciones ambientales del río.

Optimización de la operación

Ximena Caporale

Instituto de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería
Universidad de la República Oriental del Uruguay

The Operator is the one who imposes the control vector u on the system input knowing the state vector X and the vector of uncontrolled inputs r. We call the Operation Policy the function used by the Operator to calculate the control vector u based on the state and knowledge of the non-controllable inputs at the beginning of each step.

Valor de un recursos almacenable

Comparación entre costo del presente y costo del futuro.

De no haber restricciones para el traslado en el tiempo, el costo marginal sería el mismo en todas las horas del futuro.

INCERTIDUMBRE DEL FUTURO.

MODELOS ESTOCASTICOS

PRONOSTICOS

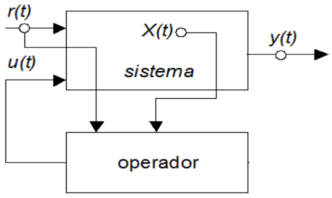
SimSEE

Costo Futuro

$$CF = \int_{t=ahora}^{\infty} \left(\sum_{centrales} cc(t) + \sum_{deficit} cd(t) + \sum_{importaciones} ci(t) - \sum_{exportaciones} ie(t) \right) dt$$

El Costo Futuro (CF) es la integral en el tiempo desde ahora hasta el infinito del costo de combustible en las centrales más el costo de no suministro de la demanda en cada situación en que se produzca un déficit más el costo de la energía que se necesite importar y menos los ingresos que se obtenga por la exportación de energía hacia otros sistemas.

Sistema Dinámico, Operador y Política de Operación.



$$ce_k = ce(x_k, u_k, r_k, k)$$ Costo de etapa

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, r_k, k)$$ Restricción dinámica

$$u_k = p(x_k, r_k, k)$$ Política de operación

SimSEE

·Estado y Poste Horario

- Los Postes son un desorden del tiempo.
- Carece de sentido hablar de estado por POSTE HORARIO.
- El Estado será siempre por Paso de Tiempo y nunca por Poste.

Entradas

$$U_k = \{u_k, u_{k+1}, \ldots\ldots\}$$

$$R_k = \{r_k, r_{k+1}, \ldots\ldots\}$$

Una realización de las entradas.

Costo Futuro y Costo de Etapa

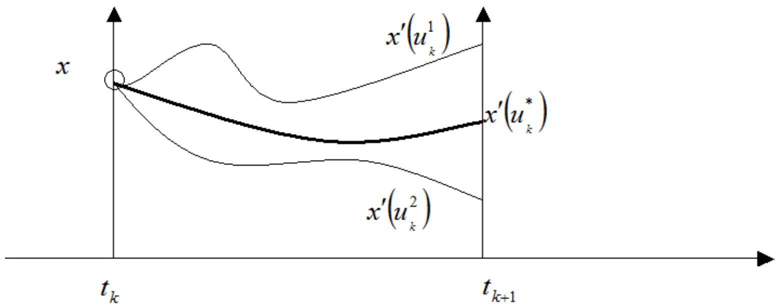
$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = \sum_{j=k}^{\infty} ce(x_j, u_j, r_j, j)$$

Recursión de Bellman

$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = ce(x_k, u_k, r_k, k) + \sum_{j=k+1}^{\infty} ce(x_j, u_j, r_j, j)$$

$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = ce(x_k, u_k, r_k, k) + CF(x_{k+1}, U_{k+1}, R_{k+1}, k+1)$$

·*Costo Futuro y Costo de Etapa*



SimSEE

·Tasa de descuento

$$q=\left(\frac{1}{1+\alpha}\right)^{DurPaso/DurAño}$$

$$\alpha = Tasas\ de\ descuento\ anual.$$

$$por\ ejemplo\ \alpha=0.12\ ;\ (12\%)$$

Si suponemos que el costo máximo de una etapa está acotado el costo al valor M, el costo futuro converge y está acotado por M/(1-q). (por convergencia de la serie geométrica con 0<q<1).

SimSEE

Costo Futuro y Costo de Etapa

$$CF\left(x_k, U_k, R_k, k\right) = \sum_{j=k}^{\infty} q^{j-k} \cdot ce\left(x_j, u_j, r_j, j\right)$$

Recursión de Bellman

$$CF\left(x_k, U_k, R_k, k\right) = ce\left(x_k, u_k, r_k, k\right) + \sum_{j=k+1}^{\infty} q^{j-k} \cdot ce\left(x_j, u_j, r_j, j\right)$$

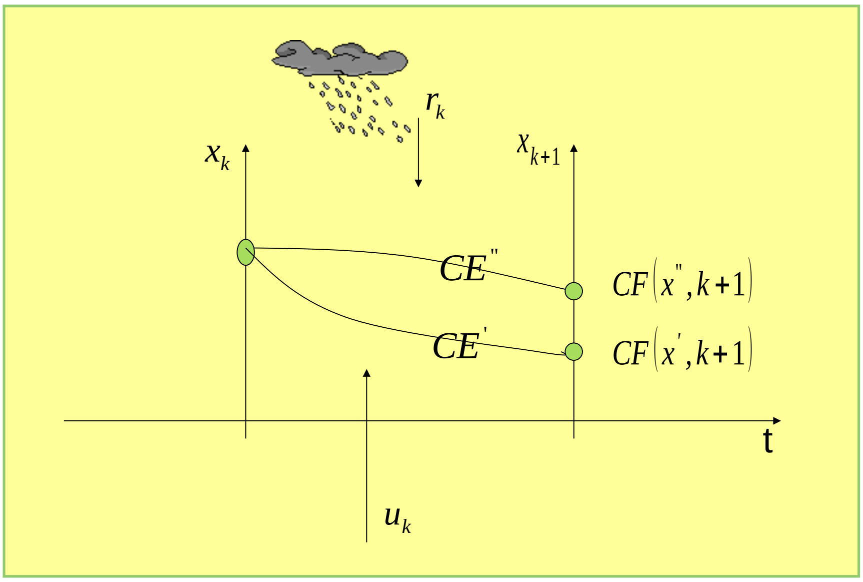
SimSEE

·Causalidad

Las decisiones del PRESENTE pueden afectar el FUTURO y No a la inversa???

SimSEE

·Programación Dinámica Estocástica.



Minimizar el Costo Futuro

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ CE(x, u_k, r_k, k) + q \cdot CF(x', k+1) \right\} \right\rangle_{r_k}$$

$$x' = f(x, u_k, r_k, k)$$
$$U_k = \{u_k, u_{k+1}, \ldots\ldots\} = \{u_k, U_{k+1}\}$$
$$R_k = \{r_k, r_{k+1}, \ldots\ldots\} = \{r_k, R_{k+1}\}$$

In simple words, it is about minimizing the cost of transiting a time step, for example a week, a day, an hour plus the future cost of the state to which it is transited. Like the walker who will try to balance the effort on the immediate path and the place on the horizon where he arrives.

- In 1957 Richard Bellman published a solution to Stochastic Dynamic Programming problems.
- In the same publication, Bellman stated that his algorithm suffered from what he called The Curse of Dimensionality.
- The computational effort of his algorithm exploded in a combinatorial way when the number of state variables and random variables considered increased.

Maldición de Bellman

Explosión combinatoria de los casos a resolver para lograr construir para cada paso de tiempo la representación de CF(X ,k)

- Dimensión del espacio de estados Nx y su discretización Ndx
- Dimensión del espacio del vector de entradas no controladas Nr y su discretización Ndr
- Cantidad de pasos de tiempo a resolver Nk .

$$\boldsymbol{Ndx}^{\boldsymbol{Nx}} \times \boldsymbol{Ndr}^{\boldsymbol{Nr}} \times \boldsymbol{Nk}$$

Resolución Iterativa

para todo x hacer:

$$CF(x, k_{ultima+1}) = 0$$

--

para k desde k_{ultima} retrocediendo hasta 1 hacer:

para todo x hacer:

$$CF(x,k) = \left\langle \underset{u_k}{mín}\{CE(x, u_k, r_k, k) + q \cdot CF(x', k+1)\} \right\rangle_{r_k}$$

con $x' = f(x, u_k, r_k, k)$

y sujeto a $g(x, u, r, k) \leq 0$

--

--

·*Evolución del Estado*

$$\boxed{x_{k+1} = f\left(x_k, u_k, r_k, k\right)}$$

Esta ecuación captura “la dinámica del sistema”.

NO-LINEAL y VARIANTE EN (t)

SimSEE

Linealización del Problema

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left(CE(x,u_k,r_k,k) + q \cdot CF(x',k+1) \right) \right\rangle_{r_k}$$

$$x' = f(x,u_k,r_k) = x + \delta x$$

$$CF(x',k+1) = CF(x,k+1) + \frac{\partial}{\partial x} CF(x,k+1)^T \cdot \delta x + o^2$$

Linealización del Problema

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left(CE(x,u_k,r_k,k) + q \cdot \left[CF(x,k+1) + \frac{\partial}{\partial x} CF(x,k+1)^T \delta x \right] \right) \right\rangle_{r_k}$$

$$\delta x = x' - x = f(x,u_k,r_k,k) - x = Ax + B_u u_k + B_r r_k + C$$

$$\mathrm{CF}(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left(\mathrm{CE}(x,u_k,r_k,k) + q \cdot \left[\mathrm{CF}(x,k+1) + \frac{\partial}{\partial x} \mathrm{CF}(x,k+1)^T \left(Ax + B_u u_k + B_r r_k + C \right) \right] \right) \right\rangle_{r_k}$$

SimSEE

Linealización del Problema

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ \begin{array}{l} CE(x,u_k,r_k,k) \\ +q\dfrac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}^{T} B_u u_k \\ +q\dfrac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}^{T} B_r r_k \\ +q\cdot\left[CF(x,k+1) + \dfrac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}^{T} (Ax+C) \right] \end{array} \right\} \right\rangle_{r_k}$$

Costos directos de la etapa.
Por uso de los u y
ocasionados por los r

Costos indirectos del futuro
por el uso de los u y
ocasionados por los r
en esta etapa

Valor del STOCK

Si pensamos que cada componente del estado ***x*** representa un stock de un recurso (por ejemplo agua embalsada), las derivadas de CF respecto de cada variable pueden interpretarse como menos el valor que le asignamos a una unidad de stock de esa variable. Generalmente aumentar el stock de un recurso disminuirá el CF por lo que estas derivadas son negativas.

$$valor\ de\ x = -\frac{\partial CF(x, k+1)}{\partial x}$$

SimSEE

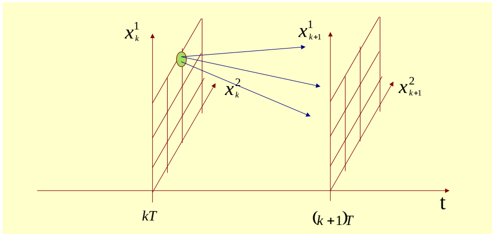
Tratamiento de lo ALEATORIO

Lluvias, Viento, Sol, Precios, Demanda
Disponibilidades

- Valores esperados.
- Monte Carlo.
- Producto cartesiano de ocurrencias ponderadas.

SimSEE

Valor Esperado, Montecarlo, Producto cartesiano de probs.



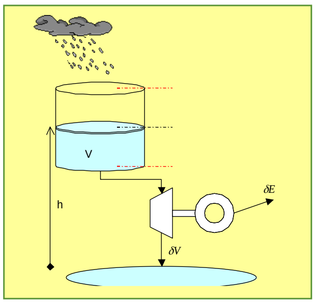
SimSEE

Técnicas alternativas

- Parametrización de la función CF(x,k)
- Factorización CF(x,k)=CF(x1,k)*CF(x2,k)..
- Aprox de CF(x,k) por cortes de Benders usando Dualidad.

SimSEE

Central con embalse



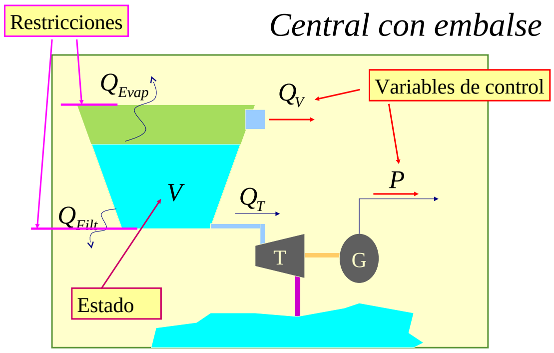
$$\delta E = \eta h g \rho \cdot \delta V$$

$$P = \eta h g \rho \cdot Q$$

$$ce(h) = \eta h g \rho$$
$$P = ce(h) \cdot Q$$

SimSEE

Central con embalse



Central con embalse

$$V_{k+1} = V_k + \left(Q_A - Q_T - Q_V - Q_{Evap} - Q_{Filt}\right)\Delta T$$

$$0 \leq V_{k+1} \leq V_{máx}$$

$$Q_T = P \big/ ce(h)$$

$$Costo = \ldots + cva \cdot \left(Q_A - Q_T - Q_V - Q_{Evap} - Q_{Filt}\right)\Delta T + \ldots$$

$$cva = -q \cdot \frac{\partial CF(x_k, k+1)}{\partial V}$$

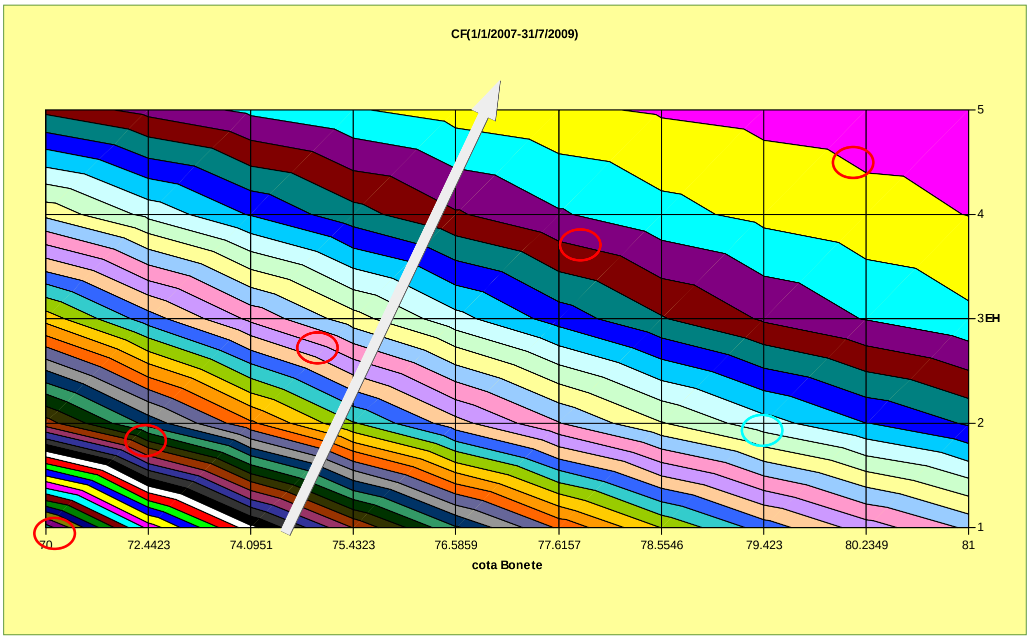
$$x_k^T = \left[x_{1,k}, x_{2,k}, \ldots., V_k, \ldots...\right]$$

SimSEE

Central con embalse

- Curva cota-volumen.
- Curva de vertimiento admisible.
- Restricción de mínimo caudal erogado.

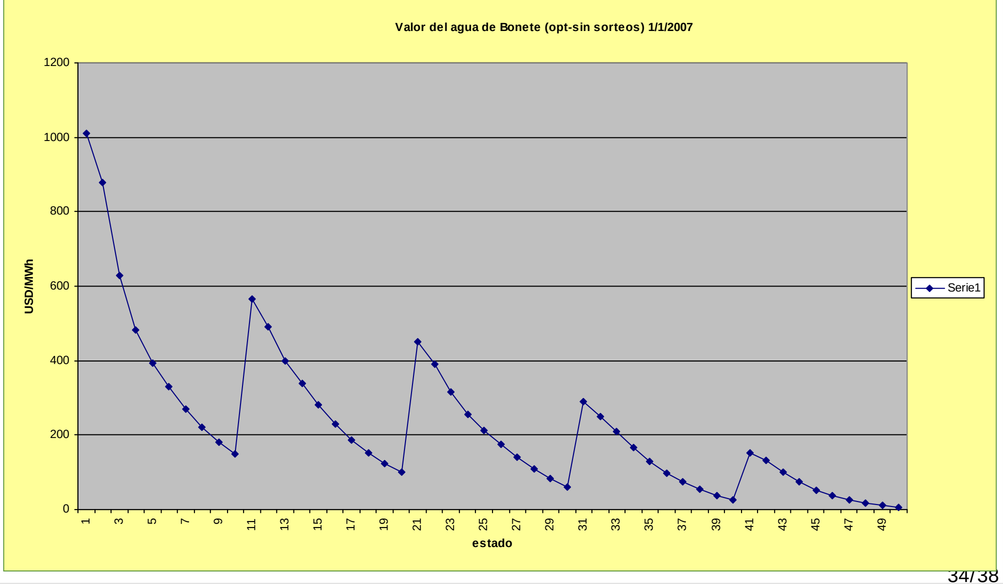
Ejemplo CF(Bonete, EH)



SimSEE

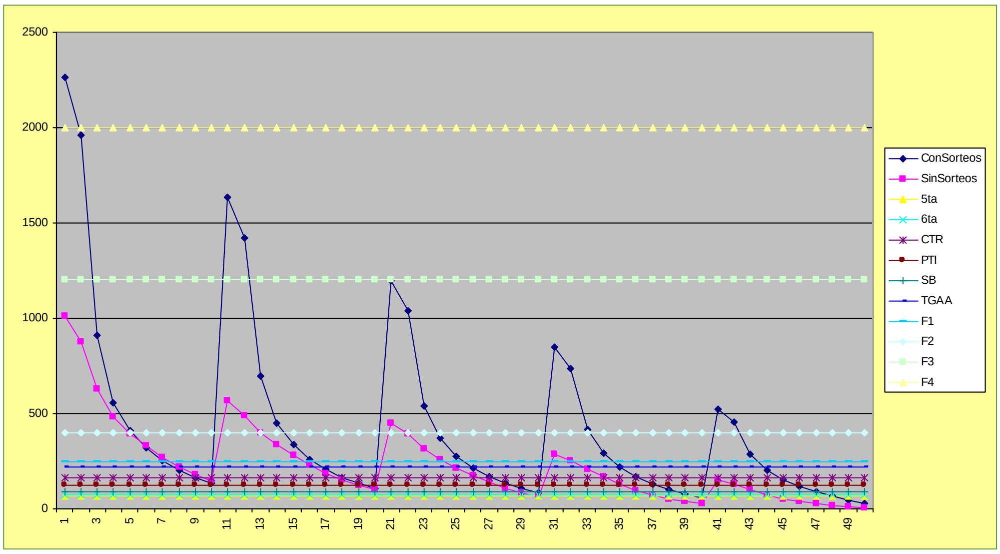
Ejemplo Valor del Agua (Bonete, EH)

$$valor\ del\ agua\left[\frac{USD}{m3}\right] = -\frac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}$$



SimSEE

Optimización Con-Sorteos vs. Sin-Sorteos.
Valor del Agua de Bonete vs. máquinas del Sistema.



SimSEE

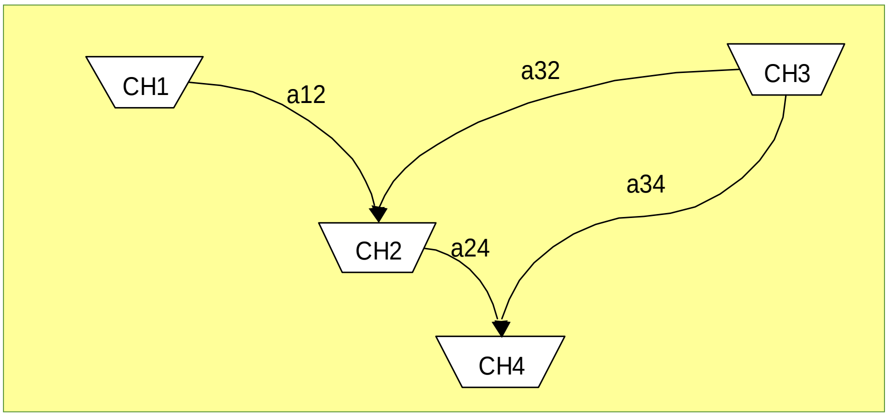
Pérdida de salto efectivo por caudal erogado

Aproximación en SimSEE:

dh(QE) = caQE* QE + cbQE* QE^2

SimSEE

Encadenamiento de centrales hidroeléctricas.



Control del vertimiento y erogado en SimSEE.

SimSEE permite:

- Fijar el vertimiento máximo en función del volumen almacenado.
- Especificar restricciones de caudal erogado mínimo.
- Especificar restricciones de caudal vertido mínimo.

Erogado mínimo

- Puede ser necesario para garantizar un nivel mínimo aguas abajo. Navegabilidad – Toma de aguas.
- Por control de crecidas – Protección de la presa.
- Para mantener condiciones ambientales del río.